

Anwendung der Quadratischen Gleichung in der Chemie

Für den Fall, dass eine **mittelstarke Säure** nur teilweise mit Wasser reagiert, dass also der von der Säure abgespaltene Teil sich wesentlich von der Ausgangskonzentration unterscheidet, muss mit der **Quadratischen Gleichung** gerechnet werden. Die Form der Säure wird im folgenden mit **HA** umschrieben.

Für die **unvollständige Dissoziation** gilt die Reaktionsgleichung: $HA + H_2O \rightleftharpoons H_3O^+ + A^-$

Der Ausdruck für die GG-Konstante ergibt sich nach dem MWG zu: $K_s = \frac{c(H_3O^+) \cdot c(A^-)}{c(HA)}$

Kennt man die **anfängliche Gesamtkonzentration** der Säure mit $c_0(HA)$ und weiß man, dass im Gleichgewichtsfall nur ein Teil der Säure undissoziiert bleibt, während der andere Teil in A^- -Ionen dissoziiert ist, dann gilt 1. die sog. **Massengleichgewichts-Bedingung**: $c_0(HA) = c(HA) + c(A^-)$.

Sie besagt, dass die Gesamtmenge des Anions während der Dissoziation konstant bleibt.

Ferner ist bekannt, dass die Konzentrationen der A^- -Ionen und der H_3O^+ -Ionen einander gleich sind, da die Dissoziation von HA die einzige Quelle für H_3O^+ ist. Die Dissoziation des Wassers und der Beitrag von H_3O^+ aus dem Wasser zur Gesamtkonzentration von H_3O^+ kann hier vernachlässigt werden.

Somit gilt als 2. Bedingung die **Ladungsgleichgewichtsbedingung**: $c(H_3O^+) = c(A^-)$. Sie besagt, dass die positive Gesamtladung gleich der negativen Gesamtladung sein muss!

Die bisherige Betrachtung hinsichtlich der Erhaltung der Anionmenge und der Ladungsneutralität wird dazu benutzt, den Ausdruck für die GG-Konstante zu vereinfachen: es sei die gesuchte $c(H_3O^+) = c(A^-) = x$.

Somit wird aus dem obigen Ausdruck $K_s = \frac{x^2}{c(HA)}$ und $c_0(HA) = c(HA) + x$.

Durch Umstellung gewinnt man den Term $c(HA) = c_0(HA) - x$; die Konzentration der undissoziierten Säure ist also gleich der anfänglichen Gesamtkonzentration $c_0(HA)$ minus der Konzentration x , die dissoziiert ist.

Damit wird der Term der GG-Konstanten zu: $K_s = \frac{x^2}{c_0(HA) - x}$; dieser Term wird umgeformt in eine

quadratische Gleichung:

$$K_s \cdot (c_0(HA) - x) = x^2 \Leftrightarrow K_s \cdot c_0(HA) - K_s \cdot x = x^2 \Leftrightarrow x^2 + (K_s \cdot x) - (K_s \cdot c_0(HA)) = 0$$

Nach der **pq-Formel** hat dieser Term die Lösung:

$$c_{1,2} = \frac{-K_s \pm (K_s^2 + 4 \cdot K_s \cdot c_0)^{1/2}}{2}$$

Von den beiden Lösungen dieser Gleichung ist nur die mit der **positiven Wurzel** sinnvoll, da es keine negativen Konzentrationen gibt.

Damit kann die Tabelle aus dem AB „**Stärke einer Säure bzw. Base (III)**“ so erweitert werden, wie es die Tabelle darstellt.

Qualität	Säure	Base	Rechenweg
stark	$pK_s < 1,5$	$pK_b < 1,5$	$c(H_3O^+) = c_0(HA)$
mittelstark	$1,5 < pK_s < 4,75$	$1,5 < pK_b < 4,75$	pq-Formel
schwach	$pK_s > 4,75$	$pK_b > 4,75$	$K_s = \frac{x^2}{c(HAc)}$

Unter bestimmten Bedingungen kann diese Gleichung **vereinfacht** werden, dann nämlich, wenn **x im Verhältnis zur Ausgangskonzentration sehr klein** ist und damit die Konzentration der undissoziierten Säure praktisch gleich der Konzentration der gesamten vorhandenen Säure ist. Damit landet man automatisch beim Rechenweg für schwache Säuren bzw. Basen.